

Grzegorz HOFFMAN, Radosław NOWAK

Politechnika Warszawska, IPBM, 02-524 Warszawa, ul. Narbutta 84,
E-mail: ghoffman@simr.pw.edu.pl, rnowak@simr.pw.edu.pl,

Marek PIETRZAKOWSKI

Politechnika Warszawska, IPBM, 02-524 Warszawa, ul. Narbutta 84,
E-mail: mpi@simr.pw.edu.pl

Symulacyjne badanie skutków degradacji połączenia piezoaktuatora z belką

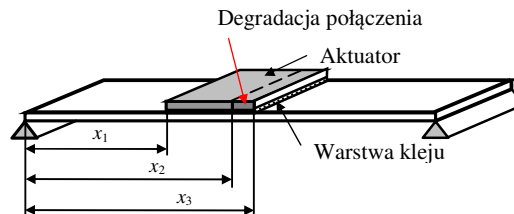
1 Wstęp

Rozłożone powierzchniowo, piezoelektryczne elementy wykonawcze (aktuatory) stosowane w sterowaniu drganiami cienkościennych struktur, narażone są na uszkodzenia warstwy łączącej, co skutkuje wyraźnym osłabieniem skuteczności sterowania. Przyczyną degradacji połączenia, obok czynników zewnętrznych, są robocze odkształcenia piezoelektrycznych aktuatorów i koncentracja naprężeń stycznych wzdłuż ich krawędzi. Zmienne w czasie naprężenia o stosunkowo dużych amplitudach mogą powodować szkodliwy efekt delaminacji brzegowej. Analizę kilku typowych form częściowego odklejenia aktuatora od sprężystego podłoża przedstawiono w pracy [4].

Niniejsza praca dotyczy modelowania metodą elementów skończonych układu belkowego z przyklejonym powierzchniowo aktuatorem w postaci cienkiej, prostokątnej płytki. Uszkodzenie połączenia ograniczono do znacznego zmniejszenia sztywności kleju w ustalonym obszarze położonym wzdłuż prostopadłej do osi belki krawędzi aktuatora. W celu porównawczym, przedstawiono wyniki analizy statycznej i dynamicznej badanego układu uzyskane metodą analityczną i metodą elementów skończonych.

2 Rozpatrywany układ

Analizowanym układem jest belka swobodnie podparta na końcach z przyklejonym do jej powierzchni prostokątnym elementem piezoelektrycznym (rys.1.). Założono stały obszar uszkodzenia warstwy kleju określony współrzędną x_2 . Obciążenie układu wywołane jest odkształceniem aktuatora pod wpływem zewnętrznego pola elektrycznego.



Rys.1. Model badanego układu

Fig.1. Model of the system

3 Metoda analityczna

W metodzie analitycznej belkę o długości l i przekroju prostokątnym podzielono zgodnie z przyjętą geometrią na odcinki klasyczne oraz odcinki z aktuatorem połączonym z belką, nieszkodzoną lub uszkodzoną (o zmniejszonej sztywności) warstwą kleju (rys.1). Podobny model układu rozważono w pracy [3], zakładając delaminację brzegową polegającą na całkowitym odklejeniu fragmentu aktuatora od belki.

W przypadku klasycznych odcinków belki Bernoulliego-Eulera równanie swobodnych drgań giętych $w(x, t)$ ma ogólnie znaną postać

$$E_b J_b \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho_b A_b \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

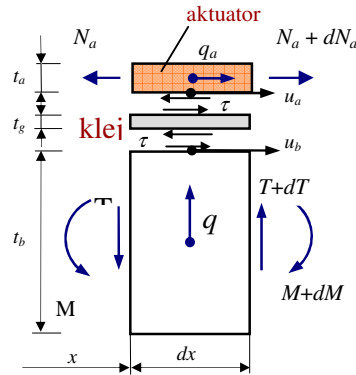
w której E_b , ρ_b są odpowiednio modułem Younga i gęstością materiału belki, J_b i A_b oznaczają odpowiednio osiowy moment bezwładności i pole poprzecznego przekroju belki.

Na podstawie geometrycznej zależności $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\frac{2}{t_b} \varepsilon_b$, wiążącej ugięcia i odkształcenia na powierzchni belki, równanie ruchu (1) można wyrazić w odkształceniach ε_b w następującej formie

$$\frac{E_b t_b^2}{12} \frac{\partial^4 \varepsilon_b}{\partial x^4} + \rho_b \frac{\partial^2 \varepsilon_b}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

gdzie t_b jest grubością belki.

W celu wyznaczenia równań ruchu odcinków belki z aktuatorem rozpatrzono element belki pokazany na rysunku 2.



Rys.2. Element belki z aktuatorem

Fig.2. Beam element with the actuator

Odkształcenia aktuatora pod wpływem pola elektrycznego ograniczono do stanu osiowego, pomijając efekt zginania. Na rysunku 2 zaznaczono przemieszczenia aktuatora u_a , belki u_b , naprężenia styczne τ przenoszone za pośrednictwem warstwy kleju, siły

wewnętrzne T , M , N_a oraz elementarne siły bezwładności q i q_a – odpowiednio belki i aktuatora. Otrzymano następujący układ sprzężonych równań ruchu względem powierzchniowych odkształceń belki ε_b i odkształceń aktuatora ε_a

$$\frac{\tilde{E}t_b^2}{12} \frac{\partial^4 \varepsilon_b}{\partial x^4} + \frac{t_b}{4} \frac{G_k}{t_g} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_a}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \varepsilon_b}{\partial x^2} \right) + \tilde{\rho} \frac{\partial^2 \varepsilon_b}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

$$E_a t_a \frac{\partial^2 \varepsilon_a}{\partial x^2} - \frac{G_k}{t_g} (\varepsilon_a - \varepsilon_b) - \rho_a t_a \frac{\partial^2 \varepsilon_a}{\partial t^2} = 0 \quad (4)$$

gdzie: \tilde{E} , $\tilde{\rho}$ oznaczają odpowiednio zastępczy moduł Younga i zastępczą gęstość aktywnego odcinka belki, G_k – moduł Kirchhoffa kleju, E_a , ρ_a – moduł Younga i gęstość materiału aktuatora, t_a i t_g – odpowiednio grubość aktuatora i warstwy kleju.

Szczegóły dotyczące sposobu wyznaczenia równań ruchu (3, 4) podano między innymi w pracy [1]. Powyższe równania odnoszą się do odcinków aktuatora z nieuszkodzoną lub uszkodzoną warstwą kleju, zależnie od przyjętej wartości modułu Kirchhoffa G_k .

Ostatecznie otrzymano układ 6 równań ruchu: 2 równania opisujące ruch odcinków klasycznych ($x \in (0, x_1)$ i $x \in (x_3, l)$) oraz 4 równania parami sprzężone odpowiadające odcinkom belki z aktuatorem ($x \in (x_1, x_2)$ i $x \in (x_2, x_3)$). Rozwiązanie układu równań ruchu spełnia warunki brzegowe (zerowe ugięcie i moment gnący na końcach swobodnie podpartej belki), warunki ciągłości (ugięcie, kątów ugięcia, momentów gnących i sił poprzecznych na granicach przedziałów belki oraz wzdłużnych przemieszczeń i naprężeń na granicy nie uszkodzonego i uszkodzonego odcinka aktuatora). Warunek zerowych naprężeń na końcach aktuatora wymaga spełnienia w dowolnej chwili t następującej równości

$$\varepsilon_a(x_1^+) = \varepsilon_a(x_3^-) = \varepsilon_p \quad (5)$$

w której symbol ε_p oznacza zmienne w czasie odkształcenia swobodnej płytki aktuatora o poprzecznej polaryzacji generowane napięciem $V(t)$ przyłożonym do elektrod na górnej i dolnej powierzchni

$$\varepsilon_p = d_{31} \frac{V(t)}{t_a} \quad (6)$$

gdzie d_{31} jest stałą piezoelektryczną.

W przypadku drgań ustalonych z częstością ω rozwiązanie określające odkształcenia belki ε_b i aktuatora ε_a można zapisać w ogólnej postaci

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_a(x, t) \\ \varepsilon_b(x, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_a(x) \\ \varepsilon_b(x) \end{bmatrix} \exp(i\omega t) \quad (7)$$

Funkcje zmiennej przestrzennej $\varepsilon_b(x)$ i $\varepsilon_a(x)$ są superpozycją postaci własnych układu odpowiadających poszczególnym odcinkom, odpowiednio belki i aktuatora.

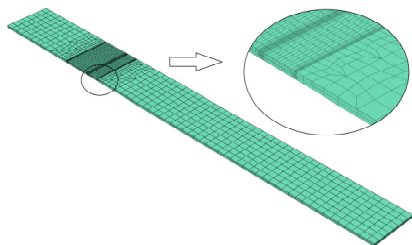
4 Metoda elementów skończonych

Symulacje przeprowadzono w dwóch różnych środowiskach MES: ABAQUS [5] i ANSYS [6]. Modele zostały zbudowane w identyczny sposób. Przyjęto taką samą siatkę elementów skończonych, użyto takich samych rodzajów elementów oraz tych samych danych materiałowych, które także były zastosowane w obliczeniach metodą analityczną. Wszystkie wyżej wymienione założenia zapewniają możliwość porównania wyników otrzymanych metodą analityczną i MES.

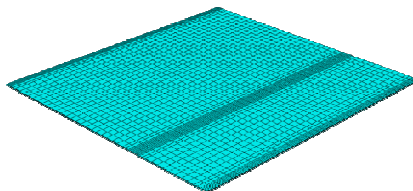
Belka (Rys. 3.) została zamodelowana za pomocą dwóch warstw elementów 8-mio węzłowych SOLID45 (ANSYS) oraz 3d Stress (ABAQUS). W celu zwiększenia dokładności obliczeń zagęszczono siatkę elementów w obszarze połączenia z warstwą kleju.

Aktuator (Rys. 4.) został zamodelowany za pomocą dwóch warstw 8-mio węzłowych elementów typu Piezoelectric w programie ABAQUS, natomiast w programie ANSYS za pomocą elementów SOLID5. Są to elementy z dodatkowymi elektrycznymi stopniami swobody. Opis właściwości materiałowych piezoelementu w programie ANSYS wymaga podania stałych piezoelektrycznych we wszystkich kierunkach osi materiałowych. Natomiast w programie ABAQUS wystarczające jest podanie stałej piezoelektrycznej d_{31} , co w konsekwencji prowadzi do nieznacznych różnic w wynikach uzyskiwanych w porównywanych środowiskach MES.

Warstwę kleju tworzą 8-mio węzłowe elementy typu Cohesive rozmieszczone tak samo jak elementy siatki aktuatora. Siatka ta została dodatkowo zagęszczona wzdłuż krawędzi aktuatora oraz na granicy obszaru uszkodzenia, w celu uzyskania możliwie dokładnych wartości naprężeń stycznych.



Rys.3. Model MES belki
Fig.3. FEM beam model



Rys.4. Model MES piezoaktuatora
Fig.4. FEM piezoactuator model

W modelu MES węzły leżące na płaszczyznach styku między belką a warstwą kleju, oraz warstwą kleju a piezoelektrykiem zostały ze sobą zespolone. Zapewniono możliwie duży udział prostopadłościennych elementów skończonych, które generują dokładniejsze wyniki niż elementy w kształcie ostrosłupów.

5 Wyniki

Wykonane badania symulacyjne dotyczą analizy statycznej i dynamicznej przy wymuszeniu zewnętrznym napięciem zasilającym aktuator. W celu wykazania poprawności zastosowanego sposobu modelowania, otrzymane wyniki z obu systemów MES zostały ze sobą porównane, a następnie zweryfikowane z wynikami obliczeń

Symulacyjne badanie skutków degradacji połączenia piezoaktuatora z belką

uzyskanymi metodą analityczną. Weryfikację przeprowadzono w zakresie wartości naprężeń stycznych w warstwie kleju, częstości drgań własnych oraz charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych przemieszczeń wybranego punktu belki.

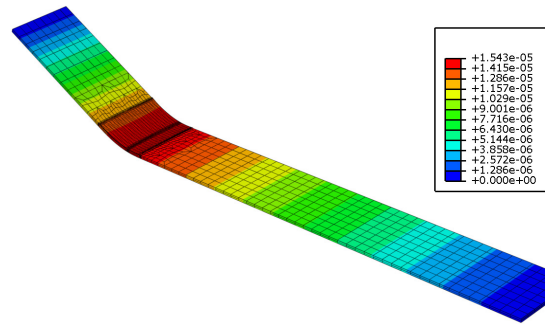
Dane materiałowe i parametry geometryczne użyte w obliczeniach metodą analityczną i metodą elementów skończonych zostały podane w tabeli 1.

Tabela 1. Podstawowe parametry geometryczne i materiałowe

Table 1. Basic geometrical and material parameters

	Belka	Aktuator(PZT)	Warstwa kleju
Wymiary (mm)	3800×40×2	38×40×0,2	38×40×0,01
Moduł Younga (Pa)	$2,16 \cdot 10^{11}$	$6,3 \cdot 10^{10}$	
Liczba Poissona	0,33	0,2	
Moduł Kirchhoffa (Pa)			$5 \cdot 10^6$ (nieuszkodzona)
Gęstość (kg/m ³)	7800	7280	
Współczynnik tłumienia (s)	$1 \cdot 10^{-5}$		$5 \cdot 10^{-5}$
Położenie aktuatora (mm)		$x_1=76, x_3=114$	
Stała d_{31} (m/V)		$1,90 \cdot 10^{-10}$	
Stała d_{33} (m/V)		$4,25 \cdot 10^{-10}$	
Stała d_{15} (m/V)		$5,06 \cdot 10^{-10}$	
Stała dielektryczna (F/m)		$8,85 \cdot 10^{-12}$	

Na rysunku 5 pokazany jest przykładowy obraz ugiętej belki z naniesioną siatką elementów i warstwicami przemieszczeń pionowych. W przypadku obciążeń statycznych założono stałe napięcie zasilające aktuator o wartości 100 V.



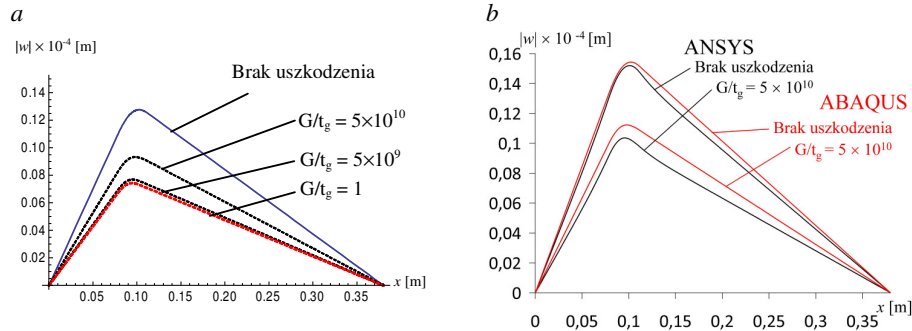
Rys.5. Ugięcie belki – analiza statyczna (bez uszkodzenia)

Fig.5. Beam deflection – static analysis (no damage)

W dalszych obliczeniach założono brzegowy obszar uszkodzenia warstwy kleju o długości równej 30% długości aktuatora. Współczynnik wyrażający stosunek modułu Kirchhoffa do grubości warstwy kleju określa jego sztywność. W przypadku modelowania nie uszkodzonej warstwy łączącej ma on wartość $G/t_g = 5 \times 10^{11}$ [N/m³].

Przedstawione na rysunku 6 rozkłady ugięć wywołane stałym napięciem zasilającym aktuator mają zbliżony przebieg niezależnie od stosowanej metody obliczeń i użytego

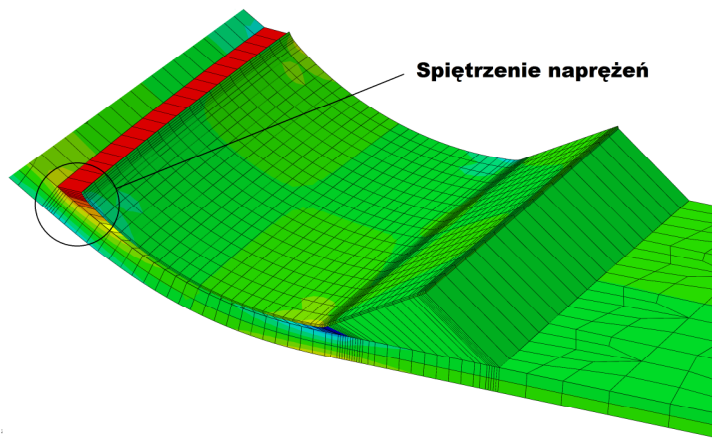
systemu MES. Zgodnie z oczekiwaniem, we wszystkich porównywanych przypadkach obniżenie sztywności warstwy kleju w obszarze uszkodzenia powoduje mniejsze wartości ugięć.



Rys.6. Rozkład ugięć belki (a – metoda analityczna, b – MES)

Fig.6. Distribution of the beam deflection (a – analytical method, b – FEM)

Na rysunku 7 pokazano deformację fragmentu belki i aktuatora z prawie całkowitą brzegową degradacją sztywności połączenia klejowego ($G/t_g = 1 \text{ N/m}^3$), wskazując także obszar koncentracji naprężeń stycznych wzdłuż nieuszkodzonej krawędzi aktuatora.

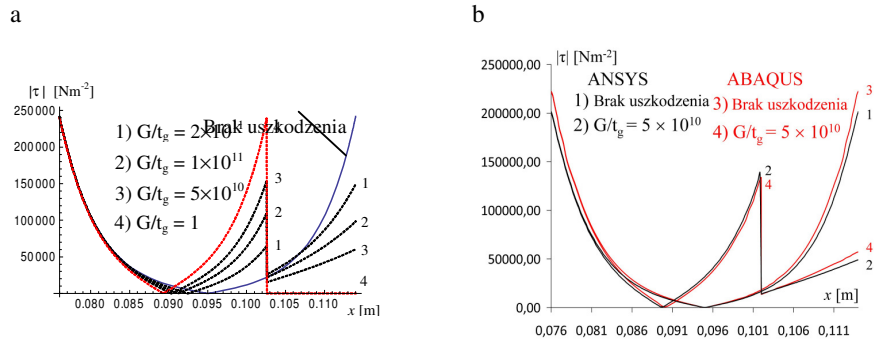


Rys.7. Deformacja aktuatora - brzegowa degradacja sztywności warstwy kleju

Fig.7. Deformation of the actuator - the edge degradation of the glue layer stiffness

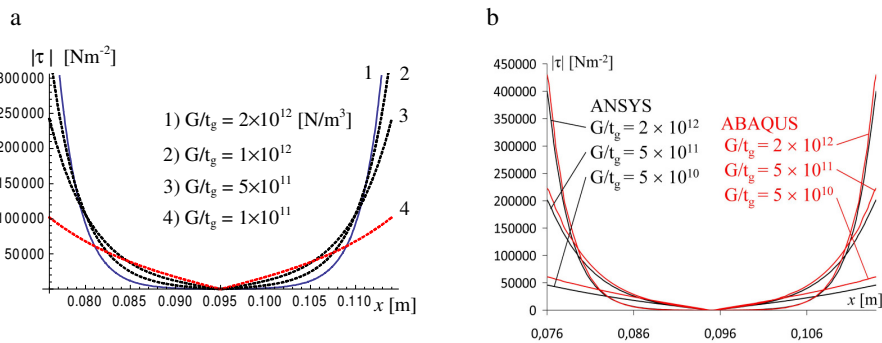
Rysunki 8 i 9 dotyczą porównania rozkładów naprężeń stycznych w warstwie łączącej aktuator i belkę wywołanych stałym napięciem zasilania (100 V). Wyznaczone rozkłady naprężeń stycznych odpowiadające założonej degradacji połączenia mają podobny charakter. Różnica między wynikami obliczeń programami ANSYS i ABAQUS

(rys.8b) jest niewielka i może być spowodowana wymaganiami zdefiniowania parametrów materiałowych elementów piezoelektrycznych w trzech głównych kierunkach w programie ANSYS. Naprężenia styczne uzyskane metodą analityczną mają większe wartości. Wynika to z pominięcia zginania aktuatora w modelu analitycznym oraz wprowadzenia pełniejszego opisu właściwości materiałowych kleju i piezoelektryka, a także uśredniania wyników w obliczeniach MES.



Rys.8. Naprężenia styczne, degradacja kleju (a – metoda analityczna, b – MES)
Fig.8. Tangential stress, glue degradation (a – analytical method, b – FEM)

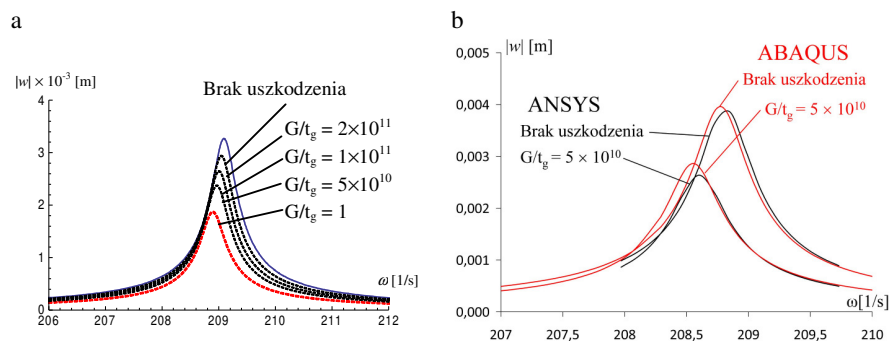
Pokazane na rysunku 9 krzywe to rozkłady naprężeń stycznych odpowiadające różnym wartościom sztywności warstwy kleju w całym obszarze kontaktu aktuatora z belką.



Rys.9. Naprężenia styczne w warstwie kleju dla różnych wartości modułu Kirchoffa
(a – metoda analityczna, b – MES)
Fig.9. Tangential stress in the glue layer calculated for different Kirchoff modulus
(a – analytical method, b – FEM)

Wykresy wyznaczone metodą analityczną i MES mają podobny przebieg. Im większy jest moduł sprężystości postaciowej kleju, tym większe są naprężenia na brzegach aktuatora. A zatem, można stwierdzić, że przy dostatecznie dużej sztywności kleju następuje koncentracja naprężeń stycznych wzdłuż krawędzi aktuatora. Taki stan odpowiada idealnemu połączeniu, w którym oddziaływanie aktuatora sprowadza się do dwóch par sił powodujących zginanie belki.

Na rysunku 10 porównano charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe ugięć wybranego punktu belki odpowiadające pierwszej postaci drgań własnych. Obliczenia MES ograniczono do nieuszkodzonej warstwy kleju ($G/t_g=5 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^3$) oraz 10-krotnie obniżonej sztywności połączenia w założonym obszarze zniszczenia.



Rys.10. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa (a – metoda analityczna, b – MES)

Fig.10. Amplitude-frequency characteristics (a – analytical method, b – FEM)

Wyniki uzyskane metodą analityczną i programami MES potwierdzają efekt lokalnej degradacji sztywności kleju obserwowany jako zmniejszenie wartości amplitud rezonansowych i odpowiadających im częstości (obniżenie globalnej sztywności układu). Różnice między porównywanymi wartościami amplitud i częstości rezonansowych wyznaczonych analitycznie i metodą elementów skończonych wynikają z uproszczeń wprowadzonych w modelu analitycznym.

6 Wnioski

Opracowano modele MES w środowiskach ANSYS i ABAQUS z uwzględnieniem uszkodzenia piezoelektrycznego aktuatora w postaci lokalnej redukcji sztywności warstwy kleju łączącej aktuator z belką. Porównano wyniki symulacji MES i obliczeń opartych na metodzie analitycznej, wykazując podobny charakter wyznaczonych rozkładów przemieszczeń, naprężeń oraz wybranych charakterystyk dynamicznych. Różnice wynikają z uproszczeń przyjętych w modelu analitycznym w stosunku do zbudowanych modeli MES. W belkowym modelu analitycznym wprowadzono zastępczą sztywność zginania odcinka belki z aktuatorem zakładając idealne połączenie. Ponadto oddziaływanie warstwy kleju ograniczono wyłącznie do przenoszenia naprężeń stycznych. Natomiast w przypadku obliczeń MES warstwa kleju opisana elementami „cohesive” wpływa na osłabienie globalnej sztywności układu, co powoduje wzrost ugięć statycznych a także amplitud rezonansowych, którym odpowiadają niższe częstości drgań. Efekty te występują dość wyraźnie mimo mniejszych o ok. 8% w porównaniu z modelem analitycznym wartości naprężeń stycznych w pobliżu brzegów aktuatora (por. rozkłady naprężeń stycznych odpowiadające stałemu napięciu zasilania) a tym samym obniżonego poziomu generowanego przez aktuator obciążenia.

Przedstawione porównanie wyników uzyskanych metodą elementów skończonych systemami ANSYS i ABAQUS z wynikami metody analitycznej uzasadnia poprawność

zastosowanych modeli MES, a także ich przydatność do symulacyjnego badania zachowania złożonych struktur cienkościennych z piezoelektrycznymi aktuatorami oraz efektów degradacji połączenia z układem głównym.

Bibliografia

1. Pietrzakowski M.: Active Damping of Beams by Piezoelectric System: Effects of Bonding Layer Properties. *International Journal of Solids and Structures*, 38, 2001: 7885–7897
2. Sun D., Tong L.: Closed-Loop Based Detection of Debonding of Piezoelectric Actuator Patches in Controlled Beams. *International Journal of Solids and Structures*, 40, 2003: 2449-2471
3. Tylikowski A.: Effects of Piezoactuator Delamination on the Transfer Functions of Vibration Control Systems. *International Journal of Solids and Structures*, 38, 2001: 2189–2202
4. Wang X.D. Meguid S.A.: On the Electroelastic Behaviour of a Thin Piezoelectric Actuator Attached to an Infinite Host Structure, *International Journal of Solids and Structures*, 37, 2000: 2231-2251
5. ABAQUS HTML Documentation: Version 6.8, Dassault Systèmes, 2008
6. Release 11.0 Documentation for ANSYS , ANSYS Ltd. 2006

Streszczenie

Efektywność współpracy piezoelektrycznego aktuatora z układem głównym zależy między innymi od jakości połączenia. Dlatego też degradacja warstwy łączącej jest ważnym aspektem badawczym. W niniejszej pracy przedmiotem badań jest belka swobodnie podparta z przyklejonym na jej powierzchni piezoelektrycznym aktuatorem, którego działanie wywołuje zginanie belki. Uszkodzenie zamodelowano jako zmianę sztywności ścinania warstwy kleju w ustalonym, zdegradowanym obszarze wzdłuż brzegu aktuatora. W celu weryfikacji modeli MES (opracowanych w dwóch programach ABAQUS i ANSYS) porównano wyniki symulacji z wynikami uzyskanymi metodą analityczną. Skupiono się na porównaniu rozkładów naprężeń stycznych w warstwie kleju w części uszkodzonej i nieuszkodzonej, ugięć belki oraz charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych w przypadku różnych sztywności warstwy. Uzyskana dostateczna zgodność wyników uzasadnia poprawność zastosowanych modeli MES.

Słowa kluczowe: piezoelektryczny aktuator, belka, degradacja połączenia, MES

Simulation investigation of degradation effects of the piezoactuator-beam coupling

Summary

Efficiency of a piezoelectric actuator-beam interaction depends on the coupling quality. That is why glue layer degradation is one of the important research problems. Consideration of a simply supported beam with a surface mounted piezoelectric patch,

which operates in bending mode, has been presented in this article. The glue degradation has been modeled as a modification of shear stiffness within the assumed area along the actuator edge. Verification of the FEM models (built using two programs ANSYS and ABAQUS) was performed comparing results with those obtained applying the analytical method. The comparison is focused on the results such as shear stresses distributions within the damaged and undamaged glue layer, beam deflections and amplitude-frequency characteristics calculated for different shear stiffness values. The results are in quite good agreement and prove correctness of the applied MES models.

Keywords: piezoelectric actuator, beam, coupling degradation, FEM