

Tomasz Janusz TELESZEWSKI

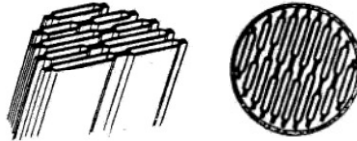
Politechnika Białostocka, WBiIS, ul. Wiejska 45E, 15-351 Białystok

E-mail: t.teleszewski@pb.edu.pl

Wyznaczanie gęstości strumienia ciepła konwekcji wymuszonej w przepływie laminarnym w przewodach prostoosiowych metodą elementów brzegowych

1 Wstęp

W wielu zagadnieniach inżynierskich przedmiotem analizy prowadzącej do technicznej optymalizacji urządzeń i systemów przepływowych są zagadnienia przepływu z wymianą ciepła w układach przewodów [1]. Szczególne znaczenie mają symulacje przepływu i wymiany ciepła w mikrokanałach stosowanych w mikrowymiennikach ciepła (rys.1) [2]. W pracy przedstawiono algorytm metody elementów brzegowych (MEB) wyznaczania rozkładów gęstości strumienia ciepła w przepływie laminarnym w przewodach prostoosiowych przy stałej wzdłuż osi przewodu gęstości strumienia ciepła.



Rys. 1. Przykład mikrowymiennika złożonego z przewodów prostoosiowych o przekroju sześciokąta [2]

Fig. 1. Applications of hexagonal shapes in heat exchange devices [2]

Przepływ newtonowskiego płynu rzeczywistego jest opisany układem równań różniczkowych wynikających z zasad zachowania masy, momentu pędu i energii [3]:

$$\nabla \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

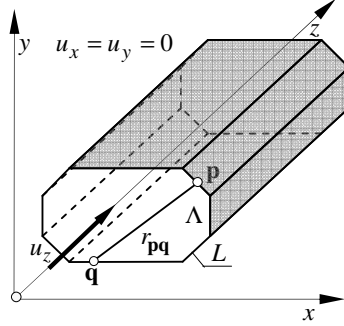
$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \nu \nabla^2 \mathbf{u} - \bar{\rho} \mathbf{g}; \quad \bar{\rho} = \frac{1}{\rho} \nabla p - \rho \mathbf{g}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla T = \alpha \nabla^2 T + \frac{1}{\rho c_p} \boldsymbol{\tau} \cdot \nabla \mathbf{u}, \quad (3)$$

gdzie: $\mathbf{u}$ oznacza prędkość przepływu, p – ciśnienie, $\mathbf{g}$ – przyspieszenie ziemskie, ρ jest gęstością cieczy, ν – lepkością płynu, c_p – ciepłem właściwym, α – współczynnikiem przejmowania ciepła pomiędzy ścianką i płynem, natomiast $\boldsymbol{\tau}$ oznacza tensor naprężeń lepkich w płynie.

W przypadku stacjonarnego, w pełni rozwiniętego laminarnego przepływu jednokierunkowego w przewodach prostoosiowych, gdzie (składowe $u_x = 0$, $u_y = 0$)

przy założeniu stałej gęstości strumienia ciepła i zaniedbaniu energii dyssypacji równania (2) i (3) ulegają uproszczeniu (rys. 2) [3]:



Rys. 2. Jednokierunkowy przepływ przez przewód prostoosiowy o dowolnym przekroju poprzecznym

Fig. 2. Unidirectional flow through a pipe of an arbitrary cross-section shape

$$\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} \right) = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z}, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

z warunkiem brzegowym wynikającym z założenia o braku poślizgu na ściankach materialnych w ruchu cieczy lepkiej:

$$u_z|_L = 0 \quad (4a)$$

oraz:

$$\nabla^2 T = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = \frac{1}{\alpha} \Delta T_z u_z, \quad \Delta T_z = \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) = -\frac{1}{\lambda} q_z = \text{const}, \quad (5)$$

gdzie: μ jest lepkością dynamiczną, α – współczynnikiem przejmowania ciepła pomiędzy ścianką i płynem, λ –przewodnością cieplną płynu, z warunkiem brzegowym wynikającym z założenia przepływu izotermicznego:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_s = q_s = 0, \quad q_s \text{ jest strumieniem ciepła przenikającym przez ściankę}, \quad (5a)$$

i warunkiem brzegowym opisującym wartość temperatury na ścianie:

$$T|_s = T_s. \quad (5b)$$

Gęstość strumienia ciepła w strumieniu cieczy opisują związki [4]:

$$q = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}, \quad \text{gdzie: } q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}; \quad q_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}. \quad (6)$$

Rozwiązanie sformułowanego wyżej zagadnienia obliczeniowego przy użyciu metody elementów brzegowych polega na sprowadzeniu zagadnienia opisanego równaniem różniczkowym (4), opisującym rozkład prędkości w obszarze przepływu, z warunkiem brzegowym (4a) oraz równaniem różniczkowym (5), opisującym rozkład temperatury w obszarze przepływu, z warunkami brzegowymi (5a) i (5b) do równań całkowych rozwiązywanych dalej dyskretnie.

Rozwiązanie sformułowanego wyżej zagadnienia brzegowego dla równania Poissona (4) realizuje się przez rozłożenie prędkości $u_z \equiv u_z(x, y)$ na składową jednorodną $\bar{u}_z \equiv \bar{u}_z(x, y)$, która spełnia równanie Laplace'a, oraz niejednorodną $\tilde{u}_z \equiv \tilde{u}_z(x, y)$, spełniającą równanie Poissona:

$$u_z = \bar{u}_z + \tilde{u}_z, \quad (7)$$

przy czym składowe te spełniają odpowiednio równania:

$$\nabla^2 \bar{u}_z = 0 \quad ; \quad \bar{u}_z(x, y) \rightarrow \forall (x, y) \in \Lambda \cup L, \quad (7a)$$

$$\nabla^2 \tilde{u}_z = -\Delta P \quad ; \quad \tilde{u}_z(x, y) \rightarrow \forall (x, y) \in \Lambda \cup L. \quad (7b)$$

Składową niejednorodną można przedstawić w postaci:

$$\tilde{u}_z = -\Delta P v, \quad (8)$$

przy czym funkcja $v \equiv v(x, y)$ jest dowolnie wybraną funkcją spełniającą równanie Poissona $\nabla^2 v = 1, v(x, y) \rightarrow \forall (x, y) \in \Lambda \cup L$ w obszarze (Λ) .

2 Całkowe sformułowanie zagadnienia obliczeniowego

Całkując równanie (7) w obszarze (Λ) i sprowadzając zagadnienie do wartości brzegowych, otrzymuje się równanie całkowe względem normalnej pochodnej

składowej jednorodnej prędkości $\bar{g}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \bar{u}_z(\mathbf{q})}{\partial n_{\mathbf{q}}}$ na brzegu (L) w postaci (rys. 2):

$$\int_L \bar{g}(\mathbf{q}) G(\mathbf{p}, \mathbf{q}) dL_{\mathbf{q}} = \Delta P \left[-\frac{1}{2} v(\mathbf{p}) + \int_L v(\mathbf{q}) E(\mathbf{p}, \mathbf{q}) dL_{\mathbf{q}} \right]_{\mathbf{p}, \mathbf{q} \in L} \quad (9)$$

gdzie $\mathbf{p}(x_{\mathbf{p}}, y_{\mathbf{p}})$ i $\mathbf{q}(x_{\mathbf{q}}, y_{\mathbf{q}})$ są odpowiednio punktem ustalonym i punktem bieżącym całkowania, a funkcja Greena $G(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ i funkcja Neumanna $E(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ są rozwiązaniami podstawowymi rozwiązaniem równania Laplace'a [5,6,7]:

$$G(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{1}{r_{\mathbf{pq}}} \right), \quad r_{\mathbf{pq}} = |\mathbf{p} - \mathbf{q}| = \sqrt{(\delta x_{\mathbf{pq}})^2 + (\delta y_{\mathbf{pq}})^2}, \quad (9a)$$

$$E(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{\partial G(\mathbf{p}, \mathbf{q})}{\partial n_{\mathbf{q}}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\delta x_{\mathbf{pq}} n_{y\mathbf{q}} + \delta y_{\mathbf{pq}} n_{x\mathbf{q}}}{r_{\mathbf{pq}}^2}, \quad (9b)$$

gdzie: $\delta x_{\mathbf{p}\mathbf{q}} = (x_{\mathbf{p}} - x_{\mathbf{q}})$; $\delta y_{\mathbf{p}\mathbf{q}} = (y_{\mathbf{p}} - y_{\mathbf{q}})$, $\mathbf{n}_{\mathbf{q}} = [n_{x\mathbf{q}}, n_{y\mathbf{q}}] = \left[\frac{\delta y_{\mathbf{q}}}{\delta L_{\mathbf{q}}}, \frac{\delta x_{\mathbf{q}}}{\delta L_{\mathbf{q}}} \right]$, jest

wektorem normalnym do brzegu (L) w punkcie $\mathbf{q}(x_{\mathbf{q}}, y_{\mathbf{q}})$. Całka po prawej stronie w równaniu (9) jest rozumiana w sensie wartości głównej Cauchy'ego.

Po rozwiązaniu równania (9) wartości funkcji $\bar{u}_z(\mathbf{v})$ w punktach $\mathbf{v}(x_{\mathbf{v}}, y_{\mathbf{v}})$ wewnątrz obszaru (Λ) są wyznaczane z zależności:

$$\bar{u}_z(\mathbf{v}) = - \int_L \bar{g}(\mathbf{q}) G(\mathbf{v}, \mathbf{q}) dL_{\mathbf{q}} + \Delta P \int_L \mathbf{v}(\mathbf{q}) E(\mathbf{v}, \mathbf{q}) dL_{\mathbf{q}} \quad \mathbf{v} \in \Lambda; \mathbf{q} \in L \quad (10)$$

Całkowe sformułowanie zagadnienia opisanego równaniem różniczkowym (5) z fizycznymi warunkami brzegowymi (5a) i (5b) w obszarze płaskim (Λ), ograniczonym ciągłym brzegiem ($L = L_T \cup L_Q$), na którym na części brzegu L_Q jest zadana temperatura $T_s(\mathbf{p})$, a na dopełniającej części brzegu L_T jest zadany strumień ciepła $q_s(\mathbf{p})$, opisuje równanie:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2}T(\mathbf{p}) + \int_{L_T} T(\mathbf{q})E(\mathbf{p}, \mathbf{q})dL_{\mathbf{q}} - \frac{1}{\lambda} \int_{L_Q} q(\mathbf{q})G(\mathbf{p}, \mathbf{q})dL_{\mathbf{q}} = \\ & = - \int_{L_Q} T_s(\mathbf{q})E(\mathbf{p}, \mathbf{q})dL_{\mathbf{q}} - \frac{1}{\lambda} \int_{L_T} q_s(\mathbf{q})G(\mathbf{p}, \mathbf{q})dL_{\mathbf{q}} + \iint_{\Lambda} \Psi(\mathbf{v})G(\mathbf{p}, \mathbf{v})d\Lambda_{\mathbf{v}} \end{aligned} \quad (11)$$

$\mathbf{p}, \mathbf{q} \in L; \mathbf{v} \in \Lambda$

gdzie:

$$\Psi(\mathbf{v}) = \frac{1}{\alpha} \Delta T_z u_z(\mathbf{v}) . \quad (11a)$$

Po wyznaczeniu brzegowych wartości gęstości funkcji $T(\mathbf{q})$ i $q(\mathbf{q})$ temperaturę w obszarze (Λ) wyznacza się ze związku całkowego:

$$T(\mathbf{v}) = \int_L T(\mathbf{q})E(\mathbf{v}, \mathbf{q})dL_{\mathbf{q}} - \frac{1}{\lambda} \int_L q(\mathbf{q})G(\mathbf{v}, \mathbf{q})dL_{\mathbf{q}} - \iint_{\Lambda} \Psi(\mathbf{w})G(\mathbf{v}, \mathbf{w})d\Lambda_{\mathbf{w}} \quad (12)$$

$\mathbf{q} \in L; \mathbf{v} \equiv \mathbf{w} \in \Lambda$

Składowe strumienia ciepła w wewnętrznych punktach $\mathbf{v} \equiv \mathbf{v}(x, y)$ obszaru (Λ) w kierunku x i y są odpowiednio równe:

$$q_x(\mathbf{v}) = -\lambda \frac{\partial T(\mathbf{v})}{\partial x} =$$

$$= \lambda \int_L T(\mathbf{q}) E_x^*(\mathbf{v}, \mathbf{q}) dL_{\mathbf{q}} - \int_L q(\mathbf{q}) G_x^*(\mathbf{v}, \mathbf{q}) dL_{\mathbf{q}} - \iint_{\Lambda} \Psi(\mathbf{w}) G_x^*(\mathbf{v}, \mathbf{w}) d\Lambda_{\mathbf{w}} \quad (13a)$$

$$q_y(\mathbf{v}) = -\lambda \frac{\partial T(\mathbf{v})}{\partial y} =$$

$$= \lambda \int_L T(\mathbf{q}) E_y^*(\mathbf{v}, \mathbf{q}) dL_{\mathbf{q}} - \int_L q(\mathbf{q}) G_y^*(\mathbf{v}, \mathbf{q}) dL_{\mathbf{q}} - \iint_{\Lambda} \Psi(\mathbf{w}) G_y^*(\mathbf{v}, \mathbf{w}) d\Lambda_{\mathbf{w}} \quad (13b)$$

gdzie:

$$\left. \begin{aligned} G_x^*(\mathbf{v}, \mathbf{q}) &= \left(\frac{\partial G(\mathbf{v}, \mathbf{q})}{\partial x} \right)_{\mathbf{v}} , & E_x^*(\mathbf{v}, \mathbf{q}) &= \left(\frac{\partial E(\mathbf{v}, \mathbf{q})}{\partial x} \right)_{\mathbf{v}} \\ G_y^*(\mathbf{v}, \mathbf{q}) &= \left(\frac{\partial G(\mathbf{v}, \mathbf{q})}{\partial y} \right)_{\mathbf{v}} , & E_y^*(\mathbf{v}, \mathbf{q}) &= \left(\frac{\partial E(\mathbf{v}, \mathbf{q})}{\partial y} \right)_{\mathbf{v}} \end{aligned} \right] \quad (13c)$$

3 Weryfikacja algorytmu MEB

Dogodnym modelem do weryfikacji sformułowanego wyżej zagadnienia przepływowego jest przepływ laminarny cieczy lepkiej w przewodzie o kołowym kształcie przekroju poprzecznego, opisany równaniem Hagena-Poiseulle'a.

Profil prędkości przepływu w przewodzie o promieniu R jest opisany zależnością [8, 9]:

$$du_z(r) = \frac{1}{2\mu} r \frac{dp}{dz} dr \rightarrow u_z(r) = \frac{\Delta p}{4\mu} (R^2 - r^2) \quad u_{z\infty} = \frac{\Delta p R^2}{8\mu} \quad (14)$$

Rozkład temperatury w strumieniu płynu opisany jest równaniem:

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dT(r)}{dr} \right) = -\frac{1}{\alpha} \Delta T r u_z(r) , \quad (15)$$

gdzie:

$$\Delta p = \frac{\Delta p_{1-2}}{\Delta z_{1-2}} , \quad \text{przy czym } \Delta p_{1-2} \text{ oznacza spadek ciśnienia na odcinku } \Delta z_{1-2} \text{ przewodu} \quad (15a)$$

$$\Delta T = \frac{\Delta T_{1-2}}{\Delta z_{1-2}} , \quad \text{przy czym } \Delta T_{1-2} \text{ oznacza różnicę temperatury na odcinku } \Delta z_{1-2} \text{ przewodu} \quad (15b)$$

którego całkowanie prowadzi ostatecznie do związków opisujących:

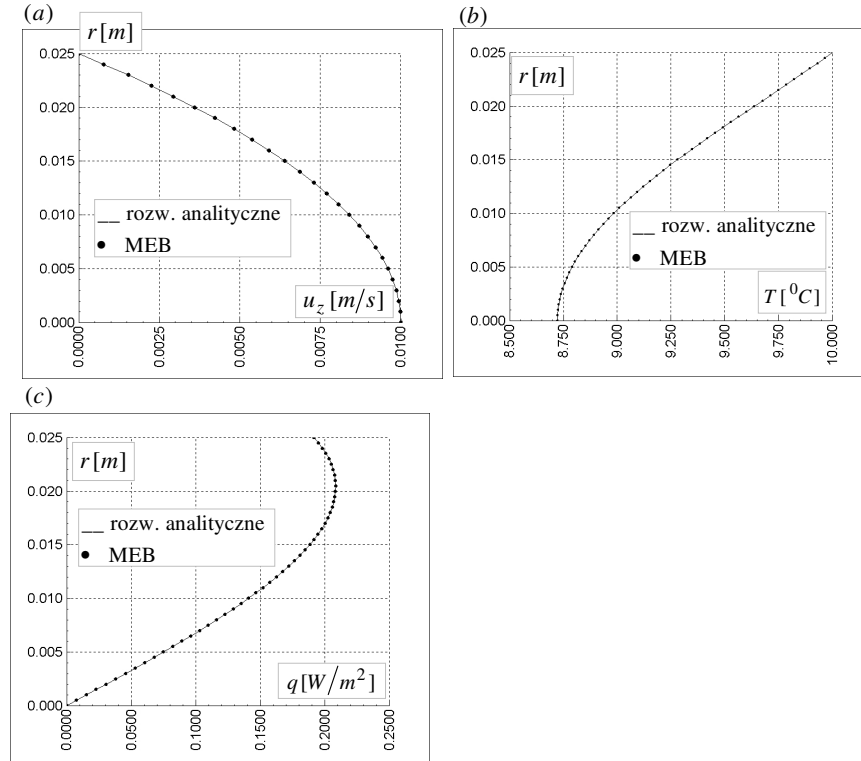
- strumień ciepła:

$$q(r) = \rho c_p \Delta T_z u_{z\infty} r \left(1 - \frac{r^2}{2R^2} \right) , \quad (16a)$$

- temperaturę:

$$T(r) = T_s + \frac{1}{4\alpha} \Delta T_z u_{z\infty} \left(r^2 - \frac{r^4}{4R^2} - \frac{3R^2}{4} \right). \quad (16b)$$

Na rysunku 3 przedstawiono wykresy rozkładów prędkości (rys. 3a), temperatury (rys. 3b), i strumienia ciepła (rys. 3c) przepływu w przewodzie o średnicy $d = 0.05\text{ m}$ przy wymuszeniu $\varphi = 96000.5\text{ (s}\cdot\text{m)}^{-1}$ i gradiencie temperatury $\Delta T_z = 0.1\text{ }^\circ\text{C/m}$. Dane materiałowe płynu: gliceryna, gęstość $\rho = 1260.0\text{ kg/m}^3$, dynamiczny współczynnik lepkości $\mu = 1490.0\text{ Pa}\cdot\text{s}$, współczynnik przewodzenia ciepła $\lambda = 0.281\text{ W/(m}\cdot\text{K)}$, ciepło właściwe $c_p = 2430.0\text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$. Na wykresach zaprezentowano stopień zgodności rozwiązania analitycznego opisanego zależnościami (15), (16a), (16b) z rozwiązaniem numerycznym metodą elementów brzegowych.



Rys. 3. Porównanie rezultatów obliczeń MEB z rozwiązaniem analitycznym – przepływ w przewodzie o przekroju kołowym: (a) rozkład prędkości; (b) wykres temperatury; (c) wykres strumienia ciepła

Fig. 3. Comparison the BEM and analytical solutions of the flow in the pipe of the circular shape of the cross-section: (a) velocity profile; (b) temperature distribution; (c) heat flux

Błąd numerycznego rozwiązania względem poszukiwanych funkcji: profilu prędkości $u_z(x, y)$, rozkładu temperatury $T(x, y)$ i rozkładu strumienia ciepła $q(x, y)$ zdefiniowano jako różnicę wartości funkcji opisanej wzorem analitycznym f^a i funkcji wartości funkcji wyznaczonej w rezultacie numerycznego rozwiązania f^n odniesione do wartości rozwiązania analitycznego (błąd względny):

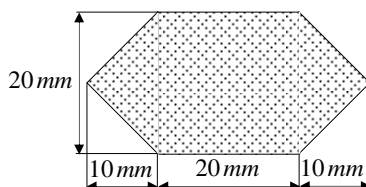
$$\delta f^{an} = |(f^a - f^n) / f^a| \cdot 100\% . \quad (17)$$

Błąd numerycznego rozwiązania w analizowanym zadaniu testowym przy podziale obwodu okręgu $R = 0.025 \text{ m}$ na $J = 180$ elementów liniowych $L_j = 2\pi R/J$ o łącznej długości $\Sigma L_j = 0.157072 \text{ m}$ generującym błąd względny przybliżenia linii brzegowej $\delta_L = 0.01\%$ w odniesieniu do profilu prędkości opisanego zależnością (15) jest mniejszy niż 0.01% i odpowiednio w odniesieniu do temperatury i strumienia ciepła opisanych zależnościami (16a), (16b) jest mniejszy niż 0.02% .

4 Przykład obliczeniowy

Niżej zaprezentowano przykład zastosowania przedstawionego algorytmu obliczeniowego wyznaczania ruchu cieczy lepkiej, w tym pola prędkości, pola temperatury, strumienia ciepła i jego składowych kierunkowych w przewodzie profilowanym.

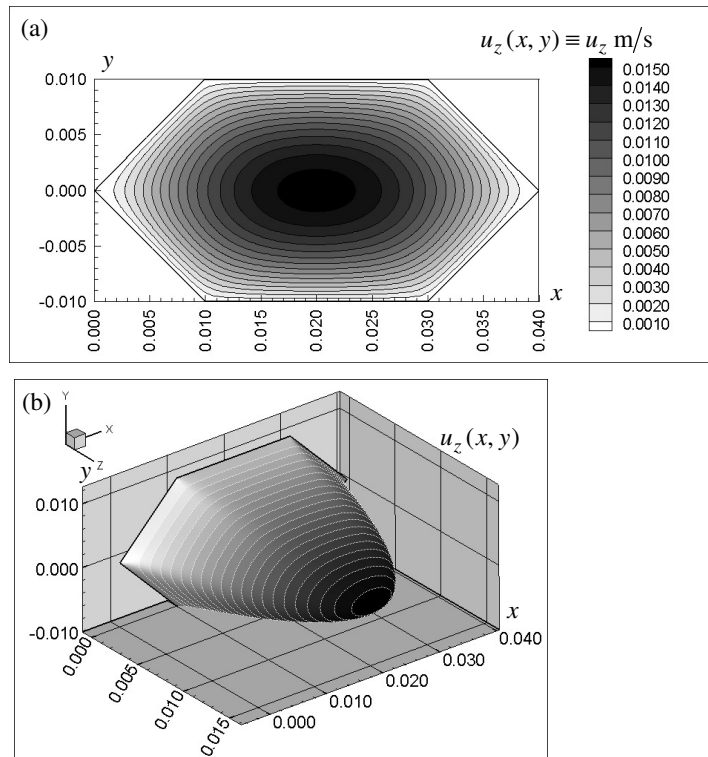
Dokonano obliczeń laminarnego przepływu gliceryny (gęstość $\rho = 1261.08 \text{ kg/m}^3$; lepkość dynamiczna $\mu = 1.499 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ w temperaturze 20°C) przy wymuszeniu $\varphi = 1.0 \times 10^5 \text{ (s}\cdot\text{m)}^{-1}$ i wzdłużnym gradiencie temperatury $\Delta T_z = 0.1^\circ\text{C/m}$ w profilowanym przewodzie (kanale zamkniętym, całkowicie wypełnionym cieczą, o geometrii jak na rys. 4) radiatora cieczowego.



Rys. 4. Geometria profilowanego przewodu przepływowego radiatora cieczowego

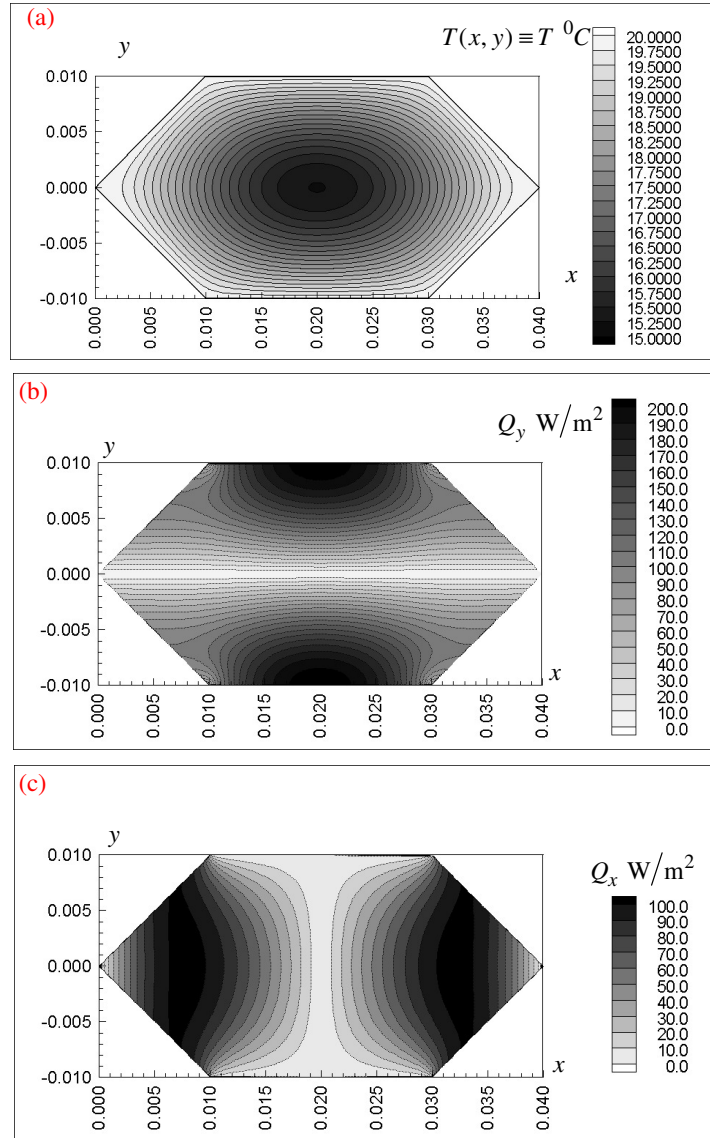
Fig. 4. Geometry of the profiled cross-section of the fluid flow radiator pipe

Na rysunku 5 przedstawiono wykresy pola prędkości ruchu cieczy.



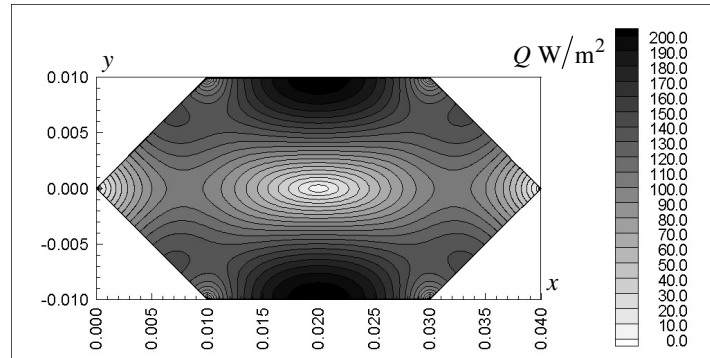
Rys. 5. Przepływ przez profilowany przewód wymiennika ciepła - rozkład prędkości
 Fig. 5. Flow through profiled pipe of heat exchanger - profile of the velocity at cross-section plane of the pipe

Na rysunku 6 przedstawiono wykresy pola temperatury i kierunkowych składowych strumienia ciepła, natomiast na rysunku 7 strumień ciepła.



Rys. 6. Przepływ przez profilowany przewód wymiennika ciepła - rozkład temperatury składowej strumienia ciepła

Fig. 6. Flow through profiled pipe of heat exchanger - profile of the temperature at cross-section plane of the pipe and components of the heat flux at cross-section plane of the pipe



Rys. 7. Przepływ przez profilowany przewód wymiennika ciepła -- strumień ciepła w przekroju poprzecznym przewodu

Fig. 7. Flow through profiled pipe of heat exchanger - profile of the heat flux at cross-section plane of the pipe

5 Podsumowanie

Prezentowany algorytm symulacji pól temperatury i gęstości strumienia ciepła w laminarnym jednokierunkowym przepływie pozwala w sposób wydajny modelować zjawiska ciepło - przepływowe w warunkach konwekcji wymuszonej. Użycie metody brzegowych równań całkowych do analizy zagadnień przepływowych i cieplnych pozwala na modelowanie i symulację złożonych przepływów z udziałem wymiany ciepła w przewodach i kanałach o różnorodnych kształtach geometrycznych. Rozwiązywanie zagadnień ciepło - przepływowych w zakresie rozwiązań dyskretnych w praktyce inżynierskiej realizuje się przede wszystkim przy zastosowaniu metod różnic skończonych i elementów skończonych. W tej dziedzinie metoda elementów brzegowych MEB (metoda brzegowych równań całkowych) stanowi istotną alternatywę z uwagi na możliwości konstruowania prostych algorytmów obliczeniowych dla dowolnych kształtów przekrojów poprzecznych przewodów i kanałów, przy jednoczesnym sprowadzeniu zagadnienia obliczeniowego do zagadnienia brzegowego w sensie matematycznym. Rozwiązania dyskretne tak sformułowanych zagadnień brzegowych polegają na rozwiązywaniu układów algebraicznych równań liniowych o liczbie równa liczbie elementów dyskretyzujących brzeg rozpatrywanego obszaru, a nie liczbie węzłów siatki obliczeniowej generowanej w analizowanym obszarze, jak ma to miejsce w metodach siatkowych MRS i MES.

Literatura

1. Kakac S., Liu H.: *Heat exchangers selection, rating, and thermal design*, Second Edition, CRC Press 2002
2. Sadasivam R., Manglik R.M., Jog M.A.: Fully developed forced convection through trapezoidal and hexagonal ducts, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 42, pp. 4321-4331, 1999
3. Landau L.D., Lifshitz E.M.: *Fluid Mechanics*, Pergamon Press, 1987
4. Holman J.P.: *Heat Transfer*, Tenth Edition, McGraw-Hill, 2010

5. Brebbia C.A., Telles J.F.C., Wróbel L.C.: *Boundary element Techniques. Theory and Applications in Engineering*. Springer-Verlag, NY, 1984
6. Pozrikidis C.: *Boundary Integral and Singularity Methods for Linearized Viscous Flow*, Cambridge University Press, Cambridge, 1992
7. Teleszewski T.J., Sorko S.A.: Zastosowanie metody elementów brzegowych do wyznaczania jednokierunkowego przepływu w przewodach prostoosiowych o dowolnym kształcie przekroju poprzecznego, *Acta Mechanica et Automatica*, pp. 124-132, vol. 5, nr 3, 2011
8. White F.M.: *Viscous Fluid Flow*, Third Edition McGraw-Hill Mechanical Engineering, 2005
9. Wiśniewski S., Wiśniewski T.S.: *Wymiana ciepła*, WNT, 2012

Streszczenie

W pracy przedstawiono algorytm MEB do analizy pól temperatury i gęstości strumienia ciepła przy przepływie laminarnym z wymianą ciepła w przewodach prostoosiowych o dowolnym kształcie przekroju poprzecznego. Zaprezentowano sformułowanie zagadnienia przy użyciu metody elementów brzegowych do opisu przepływu i wymiany ciepła w przepływie jednokierunkowym przez przewód o dowolnym kształcie przekroju poprzecznego. Przedstawiono graficzne rezultaty obliczeń przepływu z udziałem konwekcji wymuszonej w profilowanym przewodzie prostoosiowym.

Słowa kluczowe: metoda elementów brzegowych, laminarny przepływ jednokierunkowy, strumień ciepła, konwekcja

Determination of heat flux density of forced convection flows through straight pipes by the Boundary Element Method

Summary

The paper presents the numerical application Boundary Element Method to analyze the temperature and heat flux density distribution of forced convection laminar flows through straight pipes with arbitrary cross-section shapes. Integral formulations the problems of the fluid flow and heat exchange for the case of the laminar unidirectional flow with heat transfer was presented. Moreover graphical results of the numerical calculations the velocity, temperature and heat flux of laminar flow in the profiled straight pipe were presented

Keywords: boundary element method, forced convection, laminar unidirectional flow, heat flux, convection

Opracowanie zrealizowano w ramach pracy statutowej nr S/WBiŚ/4/2014.

